

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas

Nivel Medio

Prueba 2

Miércoles 4 de noviembre de 2020 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



12EP02

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

Considere la función $f(x) = x^2 + x + \frac{50}{x}$, $x \neq 0$.

- (a) Halle $f(1)$. [2]
- (b) Resuelva $f(x) = 0$. [2]

El gráfico de f tiene un mínimo local en el punto A.

- (c) Halle las coordenadas de A. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Puntuación máxima: 6]

Lucy tiene una cafetería donde vende bebidas de chocolate caliente. Se ha dado cuenta de que en los días más fríos vende más chocolates calientes. A lo largo de seis días distintos, Lucy va anotando la temperatura máxima de ese día, T , en grados centígrados, y el número de chocolates calientes que ha vendido, H . Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Temperatura máxima (T)	14	8	4	18	13	11
Número de chocolates calientes (H)	79	143	191	58	84	105

La relación entre H y T se puede modelizar mediante una recta de regresión cuya ecuación es $H = aT + b$.

- (a) (i) Halle el valor de a y el de b .
- (ii) Escriba el coeficiente de correlación. [4]
- (b) Utilizando la ecuación de la recta de regresión, estime el número de chocolates calientes que venderá Lucy un día en el que la temperatura máxima sea de 12°C . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

Una variable aleatoria discreta X tiene la siguiente distribución de probabilidad.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	q	$4p^2$	p	$0,7 - 4p^2$

(a) Halle una expresión para q en función de p . [2]

(b) (i) Halle el valor de p que produce el mayor valor posible de $E(X)$.

(ii) A partir de lo anterior, halle el mayor valor posible de $E(X)$. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 7]

Sean $f(x) = 4 - x^3$ y $g(x) = \ln x$, para $x > 0$.

(a) Halle $(f \circ g)(x)$. [2]

(b) (i) Resuelva la ecuación $(f \circ g)(x) = x$.

(ii) A partir de lo anterior, o de cualquier otro modo, y sabiendo que $g(2a) = f^{-1}(2a)$, halle el valor de a . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP06

5. [Puntuación máxima: 6]

Considere el desarrollo de $\left(3x^2 - \frac{k}{x}\right)^9$, donde $k > 0$.

El coeficiente del término en x^6 es 6048. Halle el valor de k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP07

Véase al dorso

6. [Puntuación máxima: 8]

En una serie geométrica infinita, el primer término es $u_1 = a$ y el segundo término es $u_2 = \frac{1}{4}a^2 - 3a$, donde $a > 0$.

- (a) Halle la razón en función de a . [2]
- (b) Halle los valores de a para los cuales existe la suma de los infinitos términos de la serie. [3]
- (c) Halle el valor de a para el cual $S_\infty = 76$. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

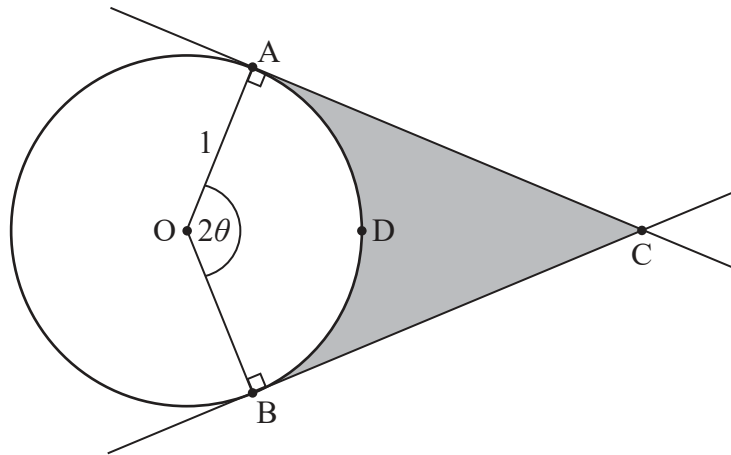


7. [Puntuación máxima: 7]

El siguiente diagrama muestra un círculo de centro O y radio igual a 1 cm. Los puntos A y B pertenecen a la circunferencia del círculo y $\widehat{AOB} = 2\theta$, donde $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

Las tangentes al círculo en A y en B se cortan en el punto C .

la figura no está dibujada a escala



- (a) Muestre que $AC = \tan \theta$. [1]
- (b) Halle el valor de θ para el cual el área de la región sombreada es igual al área del sector circular $OADB$. [6]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

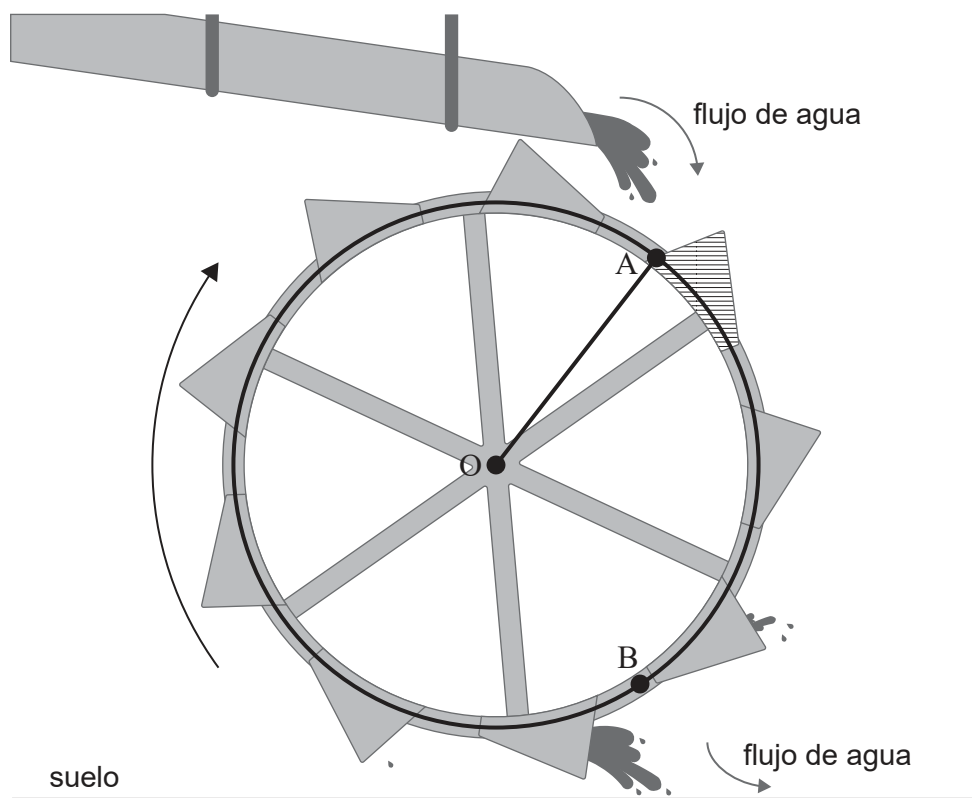
8. [Puntuación máxima: 14]

La siguiente figura muestra una rueda hidráulica de centro O y radio igual a 10 metros. El agua va cayendo en los cubos, lo que hace que la rueda gire en el sentido de las agujas del reloj a velocidad constante.

La altura, h metros, sobre el nivel del suelo a la que se encuentra la parte superior de un cubo t segundos después de haber pasado por el punto A está modelizada por la función

$$h(t) = 13 + 8 \cos\left(\frac{\pi}{18}t\right) - 6 \sin\left(\frac{\pi}{18}t\right), \text{ para } t \geq 0.$$

la figura no está dibujada a escala



- (a) (i) Halle la altura sobre el nivel del suelo del punto A.
- (ii) Calcule el número de segundos que tarda la rueda en dar una vuelta completa.
- (iii) A partir de lo anterior, halle el número de vueltas que da la rueda en una hora. [6]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



12EP10

No escriba soluciones en esta página.

(Pregunta 8: continuación)

Un cubo se va acercando al punto B, que se encuentra a una altura de 4,06 metros sobre el nivel del suelo. La parte superior de este cubo tarda k segundos en ir del punto A al punto B.

(b) Halle k . [3]

La cuerda [AB] mide 17,0 metros, redondeando a tres cifras significativas.

(c) Halle $\widehat{A\hat{O}B}$. [3]

(d) Determine la razón de cambio de h cuando la parte superior del cubo se encuentra en B. [2]



12EP11

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 14]

Fiona va andando desde su casa hasta una parada de autobuses donde toma un autobús que la lleva al colegio. El tiempo, W minutos, que tarda en llegar andando a la parada de autobuses sigue una distribución normal, con $W \sim N(12, 3^2)$.

Fiona siempre sale de casa a las 07.15. El primer autobús que puede tomar sale de la parada a las 07.30.

- (a) Halle la probabilidad de que Fiona tarde entre 15 minutos y 30 minutos en llegar andando a la parada de autobuses. [2]

El tiempo, B minutos, que dura el viaje en autobús hasta el colegio de Fiona sigue una distribución normal, con $B \sim N(50, \sigma^2)$. La probabilidad de que el viaje en autobús dure menos de 60 minutos es 0,941.

- (b) Halle σ . [3]

- (c) Halle la probabilidad de que el viaje en autobús dure menos de 45 minutos. [2]

Si Fiona pierde el primer autobús, hay un segundo autobús que sale a las 07.45. Fiona tiene que estar en el colegio como mucho a las 08.30 si quiere llegar a tiempo. Si pierde los dos autobuses, ya no llega a tiempo al colegio. Las variables W y B son independientes.

- (d) Halle la probabilidad de que Fiona llegue a tiempo al colegio. [5]

Este año Fiona irá al colegio un total de 183 días.

- (e) Calcule el número esperado de días que Fiona llegará a tiempo al colegio. [2]

10. [Puntuación máxima: 16]

Considere una función $f(x)$, para $x \geq 0$. La derivada de f viene dada por $f'(x) = \frac{6x}{x^2 + 4}$.

- (a) Muestre que $f''(x) = \frac{24 - 6x^2}{(x^2 + 4)^2}$. [4]

El gráfico de f es cóncavo hacia abajo cuando $x > n$.

- (b) Halle el menor valor posible de n . [2]

- (c) Halle $\int \frac{6x}{x^2 + 4} dx$. [3]

Sea R la región que está delimitada por el gráfico de f , el eje x , y las rectas $x = 1$ y $x = 3$. El área de R es igual a 19,6, redondeando a tres cifras significativas.

- (d) Halle $f(x)$. [7]

